

SYSTEMY LICZBOWE

System liczbowy - to inaczej zbiór reguł do jednolitego zapisywania i odczytywania liczb. Do zapisywania liczb zawsze używa się pewnego skończonego zbioru znaków - zwanych cyframi (np. arabskimi lub rzymskimi), które jednak można zestawiać ze sobą na różne sposoby otrzymując nieskończoną liczbę kombinacji.

Systemy liczbowe:

Addytywne - posiadają osobne symbole dla pierwszych kilku małych liczb, a następnie posiadają kolejne symbole dla ich wielokrotności. W systemach tych liczby tworzy się przez "dodawanie" kolejnych symboli i stąd ich nazwa. Najstarszym tego rodzaju systemem liczbowym był stosowany w Mezopotamii sześćdziesiątkowy system liczbowy, w którym podstawowymi wielokrotnościami były 12 i 60, natomiast najbardziej znanym i wciąż stosowanym jest rzymski system liczbowy z podstawowymi wielokrotnościami 10 i 5.

I - 1, V - 5, X -10, L - 50, C - 100, D - 500, M - 1000. Liczby tworzy się przez dodawanie kolejnych symboli i stąd ich nazwa (np. jeśli „X”=10, „V”=5, „I”=1 to XVI = 10+5+1 = 16

Pozycyjne – o wartości cyfry decyduje jej miejsce w zapisie liczby. Obecnie najczęściej stosowane systemy to system dziesiętny oraz system dwójkowy (binarny).

W liczbie 1945 zapisanej w systemie dziesiętnym cyfra 5 ma wartość 5 (kolumna jedności), 4 oznacza 40 (dziesiątki), 9 oznacza 900 (setki), 1 oznacza 1000 (kolumna tysięcy).

Czyli $1945 = 1 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 1$.

Używając zapisu potęgowego:

$$1945 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Numerując potęgi od prawej strony: $1^3 9^2 4^1 5^0 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

Liczba 10 jest tu **podstawą systemu liczbowego** - dziesiętnego.

Jeżeli liczba ma 4 cyfry to maksymalna wartość potęgi będzie równa 3, czyli dla liczby n - cyfrowej (n ilość podstaw systemu) będzie to n-1.

Najważniejsze pozycyjne systemy liczbowe:

- ✓ jedynekowy system liczbowy (1111)
- ✓ dwójkowy system liczbowy (2)
- ✓ ósemkowy system liczbowy (8)
- ✓ dziesiętny system liczbowy (10)
- ✓ szesnastkowy system liczbowy (16)
- ✓ sześćdziesiątkowy system liczbowy (60)

System dwójkowy (binarny)

Ludzie posługują się systemem dziesiętnym, bo jest to dla nas wygodne. System dwójkowy jest używany przez komputery przede wszystkim dlatego, że fizycznie jest łatwo zaprojektować urządzenie, które będzie operowało tylko na dwóch cyfrach (zero i jeden), inaczej mówiąc łatwiej jest działać na dwóch stanach niż na dziesięciu. Komputery czy inne urządzenia przesyłają impulsy, które łatwo przetworzyć na zera lub jedynki. Jest impuls - wartość 1, brak impulsu - wartość 0. Procesor konwertuje kod zerojedynekowy na liczby i zamienia je na czytelne dla nas obrazy, dźwięki czy teksty. Na wszelkich nośnikach, np. płyta CD, na której nagrywarka wypala małe wgłębienia. Właśnie te wgłębienia są jedynkami, a "równiny" zerami (albo i odwrotnie).

Liczba zapisana w systemie dwójowym jako 1010, w dziesiętnym systemie liczbowym przybiera postać 10, gdyż:

$$1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 8 + 2 = 10$$

Liczby w systemach niedziesiętnych oznaczają się czasami indeksem dolnym zapisanym w systemie dziesiętnym, a oznaczającym podstawę danego systemu. W celu podkreślenia, że liczba jest dziesiętna można również napisać obok niej indeks. Np.:

$$10101_2 = 21_{10}$$

Można użyć łatwiejszej metody:

$$1010_2 = ?_{10}$$

	1	0	1	0	
	16	8	4	2	1

a następnie zsumować tylko liczby odpowiadające cyfrze „1” czyli $8 + 2 = 10$

$$101011_2 = ?_{10}$$

	1	0	1	0	1	1
	32	16	8	4	2	1

Wynik: $32 + 8 + 2 + 1 = 43$

Ćwiczenie 1. Obliczanie wart. dziesiętnej liczby zapisanej w syst. dwójkowym

$$(101101110110)_2 = ?_{10}$$

W systemach komputerowych dane są zapisywane przy użyciu bitów będących potęgami liczby 2 (używa się 8, 16, 32, 64 bitów).

Dla wartości 101101110110 powinno dopisać się cztery zera aby wartość była 16 bitowa (0000101101110110).

Ćwiczenie 2. Obliczanie wartości dziesiętnej liczb dwójkowych

$$(1000011)_2$$

$$(11111110)_2$$

$$(11100101)_2$$

$$(101101001)_2$$

Wyznaczanie rozwinięcia dwójkowego liczby dziesiętnej

Aby z liczby dziesiętnej uzyskać odpowiadającą jej liczbę dwójkową należy dzielić daną liczbę przez 2, wyniki kolejnych dzieleni zapisać w słupku, a reszty z dzieleni zapisać po prawej stronie za kreską. Kolejne dzielenia wykonujemy do momentu aż uzyskamy wynik z dzielenia mniejszy niż 1.

88: 2	reszta 0
44: 2	reszta 0
22: 2	reszta 0
11: 2	reszta 1
5: 2	reszta 1
2: 2	reszta 0
1: 2	reszta 1



Wynik czytamy od dołu: **1011000**

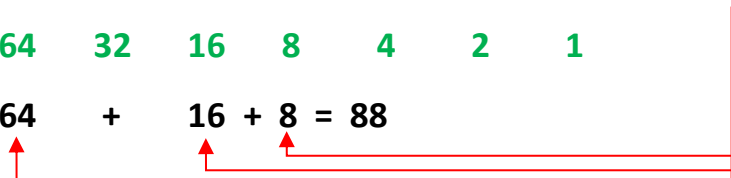
i sprawdzamy wynik:

$$1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 64 + 0 + 16 + 8 + 0 + 0 + 0 = 88$$

Inny, szybszy sposób:

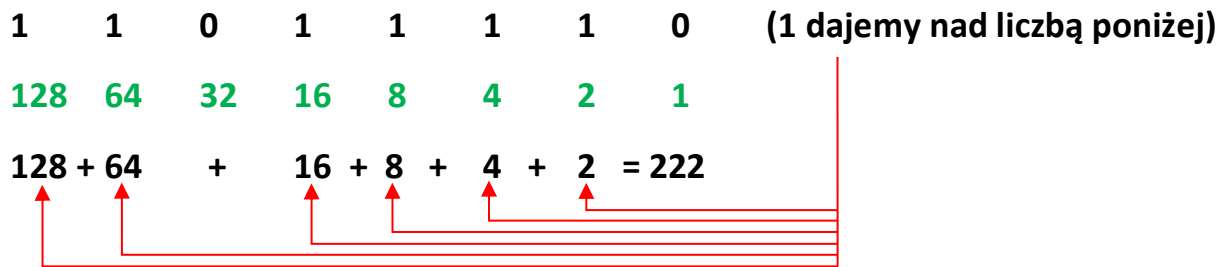
$$88_{10} = ?_2$$

1	0	1	1	0	0	0	(„1” dajemy przy liczbie)
128	64	32	16	8	4	2	1
64	+	16	+	8	=	88	



Wynik: **88₁₀ = 1011000₂**

$$222_{10} = ?_2$$



Wynik: $222_{10} = 11011110_2$

Ćwiczenie 3.

Zamień liczby z systemu dziesiętnego na liczby w systemie dwójkowym:

1024, 255, 128, 77

Ćwiczenie 4.

Sprawdź jaki rysunek utworzą cyfry 1, gdy zapiszesz rozwinięcia dwójkowe liczb:

16, 16, 56, 124, 254, 16, 16, 56, tak aby ich ostatnie cyfry znajdowały się jedna pod drugą (najlepiej użyć tabeli lub kartkę w kratkę)